

Karl-Heinz Schimmelpfennig\*, Udo Nackenhorst\*\*

## Geschwindigkeitsrückrechnung auf Basis von

### ABV-Spuren in Kurven

#### – ABV-Kurvenspurgleichung –

Vortrag gehalten anlässlich des 30. AFO/GUVU-Seminars  
17. – 19.04.1986 in Köln

#### Zusammenfassung

Kraftfahrzeuge, die mit automatischen Blockierverhinderern (ABV) ausgerüstet sind, ermöglichen auch in Kurven stabile Vollbremsungen. Das Problem der Geschwindigkeitsrückrechnung anhand der charakteristischen bogenförmigen Regelspuren wurde bislang mit aufwendigen numerischen Verfahren gelöst. In vorliegender Arbeit wird in Analogie zur bekannten Bremswegformel eine einfache Gleichung für die Geschwindigkeitsrückrechnung aus bogenförmigen ABV-Regelspuren abgeleitet.

#### Summary

In the case of vehicles equipped with automatic anti-locking devices (ALD), emergency braking is also possible in bends without any loss of stability. The problem of calculating the speed on the basis of the characteristic curved tyre marks has hitherto been dealt with by complicated numerical procedures. In this elaboration, by analogy to the known braking distance formula, a simple equation for calculating the speed on the basis of the normal curved tyre marks of ALD-equipped vehicles is deduced.

#### Einleitung

Der Autofahrer hat die Vorteile automatischer Blockierverhinderer aufgenommen. Trotz des erreichten Sicherheitsvorsprungs mit dem ABV ereignen sich mit solchen Fahrzeugen Unfälle, wenn die Grenzen der Physik durch den Fahrer nicht beachtet werden.

Auf die technischen Möglichkeiten und Grenzen von Antiblockiersystemen und auf bisherige Erfahrungen hat u.a. BURCKHARDT [1, 2] hingewiesen. Eine Zusammenstellung und ein Leistungsvergleich der auf dem Markt befindlichen Blockierverhinderer erfolgte von ENGELS [3].

Die Spurenüberlieferung von Bremsvorgängen ABV-gebremster Fahrzeuge wurde in mehreren Seminaren diskutiert. Eine erste Veröffentlichung zur Problematik der Spurenzeichnung und der Spurenerkennung erschien von LÖHLE u.a. [4].

In [3, 4] wurde gezeigt, daß bei der Rückrechnung ABV- gebremster Fahrzeuge grundsätzlich so vorgegangen werden kann, wie bei der Rückrechnung von Bremsvorgängen mit herkömmlichen Bremsanlagen. Eine Zusammenstellung der Berechnungsmöglichkeiten und dabei vorhandener Detailprobleme wurden in [5] dargestellt.

Mit dem ABV-System sind aber auch in Kurven, also unter Querschleunigungseinwirkung, stabile Vollbremsvorgänge durchführbar. Wie bereits die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen [4] aufzeigen, ändern sich bei Bremsvorgängen in Kurven mit ABV-gebremsten Fahrzeugen sowohl die Bremsverzögerung als auch die auftretende Querschleunigung über den Bremsweg. Für die Rückrechnung der Ausgangsgeschwindigkeit aus den dabei entstehenden bogenförmigen Spuren muß die Überlagerung der Querschleunigung in die Betrachtung mit einfließen. Eine theoretische Untersuchung von Kurvenbremsungen wurde bereits von BURCKHARDT [6] veröffentlicht; es fehlt jedoch eine handliche Gleichung, die die Rückrechnung eines Bremsvorganges mit überlagerter Querschleunigung ermöglicht.

In dieser Ausarbeitung soll mit einem einfachen Ansatz eine analoge Gleichung zur bekannten Bremsformel ( $S_B = V^2/2 a$ ) für ABV-Bremsungen in Kurven abgeleitet und dargestellt werden.

\*Dipl.-Ing. Karl-Heinz Schimmelpfennig, Öffentlich bestellter und vereidigter Sachverständiger für Straßenverkehrsunfälle, Ing. Büro Schimmelpfennig und Becke, Im Bilskamp 2 F, 4400 Münster-Wolbeck

\*\*Dipl.-Ing. Udo Nackenhorst

#### ABV-Bremsungen in Kurven

Die rechnerische Behandlung des Problems »Bremsen in der Kurve« wurde bereits von BURCKHARDT [6] aufgegriffen. Mit Rücksicht auf die gleichartige Behandlung konventionell und ABV-gebremster Fahrzeuge wurde eine numerische Vorgehensweise gewählt. Im konkreten Fall ist die numerische Integration der Gleichungen bei hinreichender Genauigkeit und vertretbarem Zeitaufwand nur mit dem Digitalrechner durchzuführen.

Für den ABV-Bremsvorgang in der Kurve kann aber auch eine analytische Lösung angegeben werden, die im folgenden vorgestellt wird.

Die grundlegende Beziehung für die theoretische Behandlung des ABV-Bremsvorganges in der Kurve liefert der Reifen. Am Einzelrad wird das Zusammenwirken von maximaler Bremskraft und Seitenführungskraft näherungsweise durch den KAMM'schen Kreis beschrieben. Beim Vierrad-Fahrzeug bewirken jedoch dynamische Radlastverlagerungen und fahrwerkskinematische Einflüsse eine Abminderung der resultierenden maximalen Seitenführungskraft. BURCKHARDT [6] berücksichtigt diese Einflüsse durch den »Ausnutzungsgrad der Querkraft«:

$$\varepsilon_q = \frac{a_{q \max}}{f_{\max} \cdot g} \quad (1)$$

Für moderne Personenwagen gelten Werte von  $\varepsilon_q = 0,75 - 0,80$  [6]. Der KAMM'sche Kreis nimmt damit bei der globalen Betrachtung des Fahrzeugs Ellipsenform an (Bild 1).

Für die weitere Betrachtung wird eine ideale ABV-Regelung zugrunde gelegt, die zu ausgenutzter Seitenkraft sofort die noch maximale mögliche Bremskraft einregelt. Dann bewegt sich der Betriebspunkt auf der Kraftschlußellipse und für die momentane Verzögerung gilt mit:

$$\begin{aligned} a_{\max} &= f_{\max} \cdot g \\ \text{und} \\ a_q &= \frac{v^2}{R} = f_s \cdot g \end{aligned}$$

$$a(v, R) = a_{\max} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{v^2}{\varepsilon_q \cdot a_{\max} \cdot R} \right)^2} \quad (2)$$

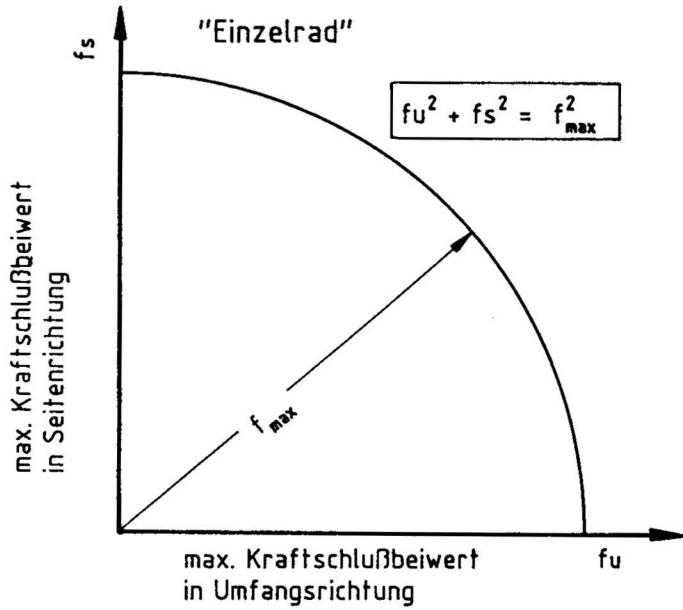
Gleichung (2) ist im Bild 2 in Form eines Phasendiagrammes dargestellt. Dort, wo der Kurvenast auf die Geschwindigkeit-Achse auftrifft, ist die Kurvengrenzgeschwindigkeit erreicht. Die Längsverzögerung ist dann Null. Im weiteren Verlauf des Bremsvorganges (Pfeilrichtung) steigt die Verzögerung bei geringer Geschwindigkeitsabnahme stark an. Von einer gewissen Geschwindigkeit an bleibt die Verzögerung dann nahezu konstant. ABV-Bremsvorgänge in Kurven können also auch hinreichend genau mit der bekannten Bremswegformel für konstante Verzögerungen berechnet werden, sofern die Bremsausgangsgeschwindigkeit deutlich unter der Kurvengrenzgeschwindigkeit liegt.

Mit der Substitution  $a = V \cdot dv/ds$  wird Gleichung (2) integrierbar; man erhält in den Grenzen von  $v_0$  bis Null:

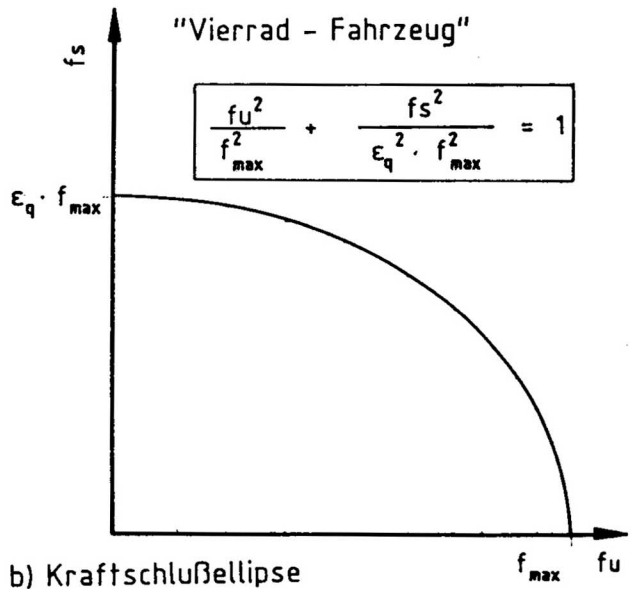
$$v_0 = \sqrt{\varepsilon_q \cdot a_{\max} \cdot R \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot S_B}{\varepsilon_q \cdot R} \right)} \quad (3)$$

Es läßt sich jetzt eine Grenzwertbetrachtung anstellen: Wird ein Fahrzeug an der Kraftschlußgrenze in der Kurve bewegt, dann ist nach Gleichung (3) die Verzögerung Null. Der theoretische Bremsweg für einen Zustand unmittelbar in der Nähe der Kurvengrenzgeschwindigkeit ergibt sich aus Gleichung (3) zu:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_B &= \lim_{v^2 \rightarrow \varepsilon_q \cdot a_{\max} \cdot R} \left[ \frac{\varepsilon_q \cdot R}{2} \cdot \arcsin \left( \frac{v^2}{\varepsilon_q \cdot a_{\max} \cdot R} \right) \right] \\ &= \varepsilon_q \frac{\pi}{4} \cdot R \end{aligned}$$



a) KAMM'scher Kreis



b) Kraftschlußellipse

Bild 1 Übergang vom Einzelrad zum Vierrad-Fahrzeug

Bei höherer Geschwindigkeit würde das Fahrzeug aus der Kurve getrieben.  $\bar{s}_B$  ist also der längste, stabile, mit einer ABV-Bremmung mögliche Weg überhaupt. Würde dieser Fall mit der Bremswegformel berechnet, ergäbe sich ein um 15-20% zu kurzer Bremsweg bzw. eine um 25% zu hohe Bremsausgangsgeschwindigkeit. In Bild 3 ist die Gleichung (3) für verschiedene Kurvenradien aufgetragen. Zum Vergleich ist auch die Kurve für die konventionelle Bremswegformel gestellt. Wie bereits angedeutet, wird der ABV-Bremsvorgang in Kurven bei nicht zu hoher Querbeschleunigung durch die bekannte Bremswegformel gut beschrieben. Die Äste der Gleichung (3) laufen erst bei Querbeschleunigungen oberhalb der in [7] angegebenen Sicherheitsgrenze des Normalfahrers aus der Kurve nach der Bremswegformel heraus.

Vergleichsrechnungen zu den in [4] und [6] beschriebenen Versuchen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Meßergebnissen.

**Berücksichtigung geschwindigkeitsabhängiger Kraftschlußbeiwerte**

Aus Messungen [8, 9] ist bekannt, daß die max. Kraftschlußbeiwerte mit steigender Geschwindigkeit sowohl auf trockener als auch auf nasser Fahrbahn absinken. Dieser Einfluß ist auf nasser Fahrbahn stärker als auf trockener, in beiden Fällen aber geringer als bei den Gleitbeiwerten. Bild 4 zeigt die tendentielle Abhängig-

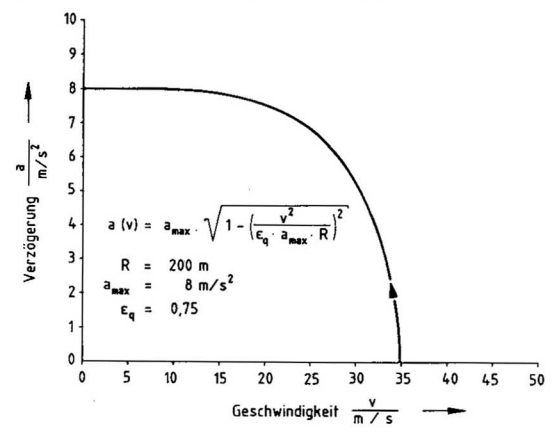


Bild 2 Abhängigkeit der Beschleunigung von der Geschwindigkeit im Phasendiagramm

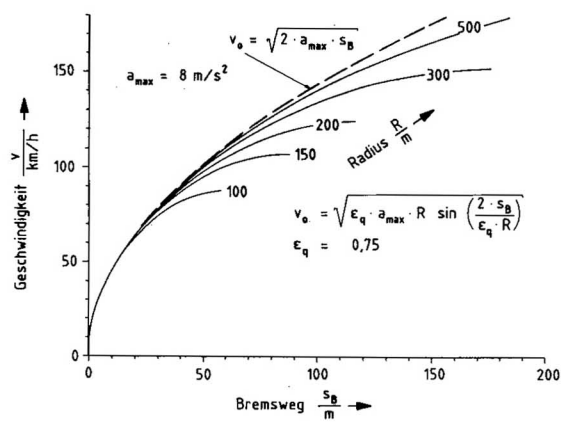


Bild 3 Bremsweg in Abhängigkeit von der Anfangsgeschwindigkeit und dem Radius

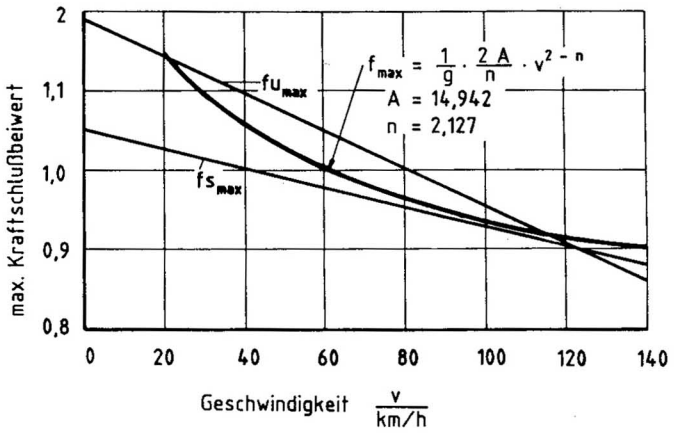


Bild 4 Einfluß der Geschwindigkeit auf die Kraftschlußbeiwerte nach KREMPPEL [8]

keit der maximalen Kraftschlußbeiwerte von der Geschwindigkeit, gemessen auf einem Trommelprüfstand [7]. In Umfangsrichtung fällt der Kraftschlußbeiwert mit zunehmender Geschwindigkeit schneller als in Seitenrichtung. Die Folge ist, daß auch am Einzelrad der KAMM'sche Kreis nicht mehr exakt gilt.

Wegen der Integrierbarkeit der Beziehung a(v) wird hier vereinfachend für beide Kraftschlußbeiwerte gleiches Geschwindigkeitsverhalten angenommen. In der Praxis ist man sowieso auf Fahrzeugversuche angewiesen, wobei dann lediglich der maximale Kraftschlußbeiwert in Umfangsrichtung meßbar ist.

In [10] wurde für die Gleitbeiwerte auf nasser Fahrbahn gezeigt, daß die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verzögerung durch eine hyperbolische Funktion anzunähern ist. Angewendet auf die maximalen Kraftschlußbeiwerte ist dann:

$$f_{max} \cdot g = \frac{2A}{n} \cdot v^{2-n} \quad (4)$$

Die Parameter lassen sich, wie in [10] gezeigt wurde, mit Hilfe we-

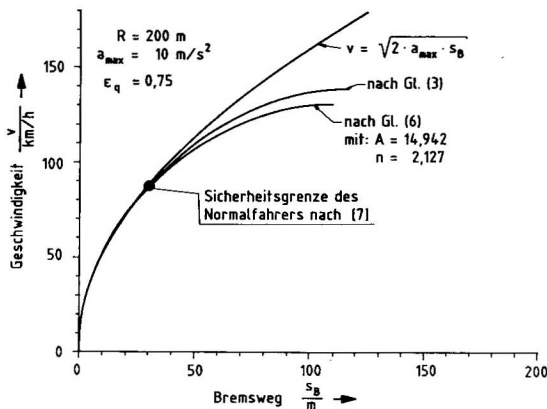


Bild 5 Vergleichende Gegenüberstellung der Bremsweggleichungen

niger Bremsversuche bestimmen. Für die nachfolgenden Betrachtungen wurde exemplarisch die von KREMPPEL [8] gemessenen Abhängigkeiten angenähert (siehe Bild 4).

Wird Gleichung (4) in die Gleichung der Kraftschlußellipse eingesetzt, dann folgt:

$$a(v, R, f_{\max}(v)) = \frac{2 \cdot A \cdot v^2}{n} \sqrt{(v^{-n})^2 - \left( \frac{n}{\epsilon_q \cdot 2 \cdot A \cdot R} \right)^2} \quad (5)$$

Gleichung (5) ist ähnlich integrierbar wie Gleichung (2). Man erhält:

$$v_0 = \left[ \frac{2 \cdot \epsilon_q \cdot A \cdot R}{n} \cdot \sin \left( \frac{n}{\epsilon_q \cdot R} \cdot s_B \right) \right]^{1/n} \quad (6)$$

In Bild 5 ist die Gleichung (6) der Gleichung (3) und der Bremswegformel gegenüber gestellt. Auch hier ist wieder festzustellen, daß im Bereich der Sicherheitsgrenze des Normalfahrers alle Gleichungen zu annähernd gleichen Ergebnissen führen. Darüber hinaus führt die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verzögerung zu größeren Differenzen, die eine Berücksichtigung dieses Sachverhaltes erfordert.

### Zusammenfassung

Kurvenbremsungen mit ABV-gebremsten Fahrzeugen gelten als problemlos. Im Aufgabenbereich der Verkehrsunfallrekonstruktion stellen sich daraus aber neue Fragen. Neben der hinlänglich aus-

geführten Spurenproblematik ist vor allem die Geschwindigkeitsrückrechnung bogenförmig verlaufender ABV-Spuren bei Kurvenbremsungen eine neue Fragestellung.

Mit einem einfachen Modell wurde in Analogie zur konventionellen »Bremswegformel« eine einfache Gleichung für die Geschwindigkeitsrückrechnung von bogenförmigen ABV-Spuren in Kurven abgeleitet. In einem zweiten Schritt konnte dann auch die Abhängigkeit des Kraftschlußbeiwertes von der Geschwindigkeit eingearbeitet werden.

### Formelzeichen

A	Parameter	$\frac{m^{n-1}}{s^n}$
a	Bremsverzögerung	[m/s <sup>2</sup> ]
a <sub>q</sub>	Querbeschleunigung	[m/s <sup>2</sup> ]
a <sub>max</sub>	maximal mögliche Bremsverzögerung	[m/s <sup>2</sup> ]
f <sub>u</sub>	Kraftschlußbeiwert in Radumfangsrichtung	[-]
f <sub>s</sub>	Kraftschlußbeiwert in Radseitenrichtung	[-]
f <sub>max</sub>	max. Kraftschlußbeiwert	[-]
g	Erdbeschleunigung g = 9,81	[m/s <sup>2</sup> ]
n	Exponent	[-]
R	Radius der Fahrzeugschwerpunktsbahn	[m]
s <sub>B</sub>	Bremsweg	[m]
v	Geschwindigkeit	[m/s]
v <sub>0</sub>	Bremsausgangsgeschwindigkeit	[m/s]
ε <sub>q</sub>	Ausnutzungsgrad der Querkraft	[-]

### Literaturnachweis

- [1] Burckhardt, M., Glasener, V., Ostenwall E.-C., Krohn, H.: »Möglichkeiten und Grenzen von Antiblockiersystemen« ATZ 77 (1975), Heft 1
- [2] Burckhardt, M.: »Erfahrungen bei der Konzeption und Entwicklung des Mercedes-Benz/Bosch-Anti-Blockier-System (ABS)« ATZ 81, (1979), Heft 5
- [3] Engels, K.: »Das Notbremsvermögen von Pkw mit automatischem Blockierverhinderern unterschiedlicher Bauart«, Der Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 1984, Heft 7/8
- [4] Löhle, U., Burckhardt, F., Eberhardt, W., Himbert, G., »Bremsverhalten, Spurenzeichnung und Spurenerkennung ABS-gebremster Personenkraftwagen«, Der Verkehrsunfall, 1980, Heft 3
- [5] Schimmelpfennig, K.-H.: »Geschwindigkeitsrückrechnung nach Spurenbild« Der Verkehrsunfall und Verkehrstechnik, 1984, Heft 12
- [6] Burckhardt, M.: »Über die Geschwindigkeitsrückrechnung bei Kurvenbremsungen, Der Verkehrsunfall, 1982, Heft 4
- [7] Schimmelpfennig, K.-H., Nackenhorst, U.: »Bedeutung der Querbeschleunigung in der Verkehrsunfallrekonstruktion – Sicherheitsgrenze des Normalfahrers –« Der Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 1985, Heft 4
- [8] Krempel, G.: »Experimenteller Beitrag zu Untersuchungen an Kraftfahrzeugreifen« Dissertation, TU Karlsruhe, 1965
- [9] Gengenbach, W.: »Das Verhalten von Kraftfahrzeugreifen auf trockener und insbesondere nasser Fahrbahn« Dissertation, TU Karlsruhe, 1967
- [10] Schimmelpfennig, K.-H., Hebing, N.: »Der Bremsvorgang auf nasser Fahrbahn – Hyperbelansatz –« Der Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 1985, Heft 3