

Karl-Heinz Schimmelpfennig*, Norbert Hebing**

Der Bremsvorgang auf nasser Fahrbahn

– Hyperbelansatz –

1 Situationserfassung

Wird ein Fahrzeug auf nasser Fahrbahn abgebremst, so ist – im Gegensatz zur trockenen Fahrbahn – die Verzögerung geschwindigkeitsabhängig. Dieser Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit des Fahrzeugs und erreichbarer Vollbremsverzögerung ist hinreichend untersucht und dokumentiert worden.

Bei der Geschwindigkeitsrückrechnung anhand eines Spurenbildes wird dieser Zusammenhang nur selten zugrundegelegt. Im allgemeinen wird weiterhin eine konstante, von der Geschwindigkeit unabhängige Verzögerung unterstellt, wobei gleichzeitig das Verzögerungsniveau gegenüber dem Niveau, das bei trockener Straße erreicht wird, abgesenkt wird. Durch geschickte Wahl einer mittleren Verzögerung gelingt es auch häufig, trotz des prinzipiell falschen Rechenganges, die tatsächliche gefahrene Geschwindigkeit vor Bremsbeginn zu bestimmen.

Rekonstruiert man aber einen Unfall, so ist nicht nur der Betrag der Ausgangsgeschwindigkeit entscheidend für die Beurteilung des gesamten Unfallablaufs, sondern auch die zeit-weg-mäßige Beschreibung der Fahrvorgänge der Unfallpartner. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, die Dauer der Bremsung zu kennen. Legt man bei ihrer Berechnung den gleichen Verzögerungswert zugrunde, der für die Geschwindigkeitsrückrechnung verwandt wurde, so muß es zwangsläufig zu einer Fehlberechnung kommen. Diese Fehlberechnung kann zur Folge haben, daß das Reaktionsverhalten des Fahrzeugführers, der die Bremsung eingeleitet hat, im falschen Licht erscheint.

Es erscheint daher angebracht, die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Verzögerung auf nasser Fahrbahn explizit zu berücksichtigen. Nur diese Vorgehensweise gewährleistet, daß sowohl die richtige Geschwindigkeit als auch die richtige Zeitdauer der Bremsung ermittelt wird.

In der Vergangenheit sind zwei Vorschläge gemacht worden, die den Zusammenhang zwischen Verzögerung und Geschwindigkeit analytisch beschreiben. Von Rompe [1] wurde die Abhängigkeit durch eine e-Funktion beschrieben, während von Schimmelpfennig [2] ein linearer Ansatz zugrundegelegt wurde.

Beide Ansätze führen im Rahmen der geforderten Genauigkeit zu gleichen Ergebnissen. Beide Ansätze haben aber auch einen gemeinsamen Nachteil: Die in der Praxis der Verkehrsunfallrekonstruktion häufig benötigte Abhängigkeit der Ausgangsgeschwindigkeit vom Bremsweg läßt sich nicht in einer Formel ausdrücken. Neben der teilweise recht komplizierten Struktur der Formel mag die Ursache darin liegen, daß in der Praxis die Abhängigkeit der Verzögerung von der Geschwindigkeit nur selten berücksichtigt wird.

2 Hyperbelansatz

Es ist daher der Versuch unternommen worden, durch einen entsprechenden Ansatz Gleichungen zu finden, die mit den üblichen

*Dipl.-Ing. (TU) Karl-Heinz Schimmelpfennig, Öffentlich bestellter und vereidigter Sachverständiger für Straßenverkehrsunfälle

**Dipl.-Phys. Norbert Hebing, Sachverständiger im Ing.-Büro Schimmelpfennig und Becke, Im Bilskamp 2F, 4400 Münster-Wolbeck

Gleichungen für Bremsvorgänge auf trockener Fahrbahn vergleichbar sind und eine einfache Handhabung gewährleisten. Diese Forderung wird durch eine Funktion vom hyperbolischen Typ erfüllt. In **Tabelle 1** sind die Bewegungsgleichungen, die sich aus den drei Ansätzen ergeben, zusammengestellt. Der Tabelle kann auch entnommen werden, wie aus zwei Wertepaaren von Geschwindigkeit und Verzögerung die charakteristischen Größen der Gleichungen bestimmt werden können. Es sind zum Vergleich auch die Formeln übernommen worden, die bei konstanter Verzögerung gelten.

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß die Berechnungen sich nur auf die Phase der Vollbremsverzögerung beziehen.

Mit dem Hyperbelansatz ist es möglich, die Funktionen $v_0 = f(s)$ und $t = f(s)$ analytisch darzustellen. Dies ist bei den anderen Ansätzen nicht gegeben.

Weiterhin fällt beim Hyperbelansatz auf, daß die Formeln eine große Ähnlichkeit haben mit denen für die konstante Verzögerung. Dies gilt insbesondere für die Funktionen $s = f(v_0)$ und $v_0 = f(s)$. Man kann also davon ausgehen, daß eine einfache Handhabbarkeit der Formeln des Hyperbelansatzes gewährleistet wird.

Die Hyperbel wird durch zwei Größen beschrieben. Die Größe »n« beschreibt die Form der Funktion. Je größer »n« ist, desto ausgeprägter ist die Abhängigkeit der Verzögerung von der Geschwindigkeit. Mit der Größe »A« wird das Verzögerungsniveau festgelegt.

Für kleine Geschwindigkeiten ($v \rightarrow 0$) treten im Hyperbelansatz unendlich große Verzögerungen auf. Diese Abhängigkeit ist tatsächlich nicht gegeben und es wird zu prüfen sein, ob die extremen Abweichungen bei kleinen Geschwindigkeiten Auswirkungen auf das Gesamtergebnis haben.

Andererseits scheint der Hyperbelansatz, bei dem die Verzögerung für kleine Geschwindigkeiten gegen unendlich geht, die einzige Möglichkeit zu sein, einen kompletten und handhabbaren Formelsatz zu erlangen. Es wurden auch noch andere Ansätze, die hier nicht weiter aufgeführt sind, ausprobiert, bei denen die Verzögerung für $v = 0$ einen endlichen Wert annahm. In all diesen Fällen war es, wie bei den Annäherungen durch eine Gerade bzw. durch eine e-Funktion, nicht möglich, die Funktion $v_0 = f(s)$ bzw. $t = f(s)$ darzustellen.

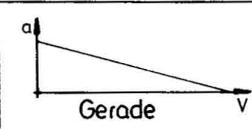
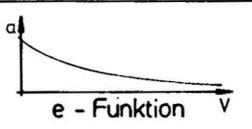
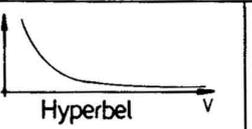
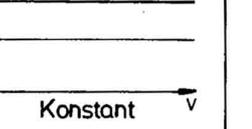
3 Vergleich der drei Ansätze

Der punktierte Bereich im Diagramm (**Bild 1**) zeigt den Mittelwert der Häufigkeitsverteilung der Griffigkeitskennwerte im Straßennetz. Die Streuung, hier nicht dargestellt, ist erheblich, siehe [3]. Durch dieses Diagramm ist aber größenordnungsmäßig skizziert, welche Abhängigkeit zwischen Verzögerung und Geschwindigkeit bei nasser Straße besteht. Welches Verzögerungsniveau konkret vorliegt, und wie stark die Abhängigkeit der Vollbremsverzögerung von der Geschwindigkeit ist, hängt von unterschiedlichsten Parametern ab. Diese sind z.B.: Rauigkeit der Straßenoberfläche, Wasserfilmdicke, Profiltiefe der Reifen und Reifenart.

Um einen Vergleich zwischen den Ansätzen durchführen zu können, müssen zunächst vergleichbare Kurven erzeugt werden. Bei jedem der Ansätze wird der Zusammenhang zwischen Beschleunigung und Geschwindigkeit durch zwei charakteristische Größen bestimmt. Diese lassen sich ermitteln, wenn zwei Wertepaare vorliegen.

Im Fall A wurden Wertepaare so gewählt, daß die Verzögerung auf hohem Niveau liegt und nur wenig abhängig von der Geschwindigkeit ist und im Fall B wurde ein Bereich gewählt, der durch niedrige Verzögerung und durch eine deutliche Abhängigkeit von der Verzögerung charakterisiert ist.

Für diese beiden Fälle können der **Tabelle 2** die charakteristischen Größen entnommen werden. Mit diesen Größen wurden die Kurven im **Bild 1** gezeichnet.

				
Verzögerung a =	$a^* - \frac{v}{t^*}$	$a \cdot e^{-\frac{v}{V}}$	$\frac{2A}{n} \cdot v^{2-n} \quad n > 2$	a_0
Bestimmung der charakteristischen Größen	$t^* = -\frac{v_1 - v_2}{a_1 - a_2}$ $a^* = a_1 + \frac{v_1}{t^*}$	$v^* = -\frac{v_1 - v_2}{\ln a_1 - \ln a_2}$ $a^* = a_1 \cdot e^{\frac{v_1}{v^*}}$	$n = 2 - \frac{\ln(a_1/a_2)}{\ln(v_1/v_2)}$ $A = \frac{a_1 \cdot n}{2} v_1^{n-2}$	— —
$s = f(v_0)$ $v_0 = f(s)$	$s = -a^* t^{*2} \ln(1 - \frac{v_0}{a^* t^*}) - v_0 t^*$ nicht darstellbar	$\frac{v^*2}{a^*} \left[1 + e^{\frac{v_0}{v^*}} \left(\frac{v_0}{v^*} - 1 \right) \right]$ nicht darstellbar	$\frac{v_0^n}{2A}$ $(2As)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{2As}$	$\frac{v_0^2}{2a_0}$ $\sqrt{2a_0 s}$
$t = f(v_0)$ $v_0 = f(t)$	$t = -t^* \ln(1 - \frac{v_0}{a^* t^*})$ $v_0 = a^* t^* (1 - e^{-t/t^*})$	$\frac{v^*}{a^*} (e^{\frac{v_0}{v^*}} - 1)$ $v^* \ln(\frac{a^*}{v^*} t + 1)$	$\frac{n}{n-1} \cdot \frac{1}{2A} v^{n-1}$ $\left(\frac{2A \cdot t (n-1)}{n} \right)^{\frac{1}{n-1}}$	$\frac{v_0}{a_0}$ $a_0 t$
$s = f(t)$ $t = f(s)$	$s = a^* t^* (t - t^*) + a^* t^{*2} e^{-t/t^*}$ nicht darstellbar	$\frac{v^*2}{a^*} \left[\left[\frac{a^*}{v^*} t + 1 \right] \left[\ln(\frac{a^*}{v^*} t + 1) + 1 \right] \right]$ nicht darstellbar	$\left[\frac{(n-1) \cdot t^n \cdot 2A}{n} \right]^{\frac{1}{n-1}}$ $\frac{n}{n-1} \left[\frac{1}{2A} s^{(n-1)} \right]^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{2} a_0 t^2$ $\sqrt{\frac{2s}{a_0}}$

v_0 : Ausgangsgeschwindigkeit , s : Bremsweg , t : Bremsdauer

Tabelle 1 Bewegungsgleichungen

	Gerade	e-Funktion	Hyperbel
A	$v_1 = 20 \text{ km/h}$ $a_1 = 7 \text{ m/s}^2$ $v_2 = 80 \text{ km/h}$ $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$	$t^* = 8,34 \text{ s}$ $a^* = 7,67 \text{ m/s}^2$	$v^* = 49,53 \text{ m/s}$ $a^* = 7,83 \text{ m/s}^2$ $A = 11,9$
B	$v_1 = 20 \text{ km/h}$ $a_1 = 6 \text{ m/s}^2$ $v_2 = 80 \text{ km/h}$ $a_2 = 3 \text{ m/s}^2$	$t^* = 5,56 \text{ s}$ $a^* = 7 \text{ m/s}^2$	$v^* = 24,04 \text{ m/s}$ $a^* = 7,56 \text{ m/s}^2$ $A = 17,67$

Tabelle 2 Wertepaare und charakteristische Größen

A ist eine Größe, die das Verzögerungsniveau beschreibt. Die Dimension der Größe A ist aber nicht die einer Verzögerung. Mit den Werten der Tabelle 2 für A berechnet sich die Geschwindigkeit in m/s.

Im Bild 2 ist dargestellt, wie sich bei einer gegebenen Wegstrecke die errechneten Geschwindigkeiten nach den verschiedenen Ansätzen unterscheiden. Es wird jeweils die Hyperbel mit der e-Funktion und der Geraden verglichen. Maximale Unterschiede liegen bei 1 m/s, für den Datensatz B und für den Fall, daß man die Hyperbel mit der Geraden vergleicht.

Es fällt auf, daß gerade bei kurzen Bremswegen, das heißt, bei kleinen Ausgangsgeschwindigkeiten, die Differenzen zwischen den verschiedenen Ansätzen nicht so erheblich sind, obwohl man dies zunächst erwarten würde, da die Verzögerungen beim Hyperbel-Ansatz bei kleinen Geschwindigkeiten gegen unendlich gehen. Diese Eigenschaft der Hyperbel hat aber offensichtlich keinen Einfluß auf die Genauigkeit der Rückrechnung. Die Differenzen zwischen den verschiedenen Ansätzen liegen bis zu Bremsweglängen von 100 m und sicherlich auch noch darüber, in einem Be-

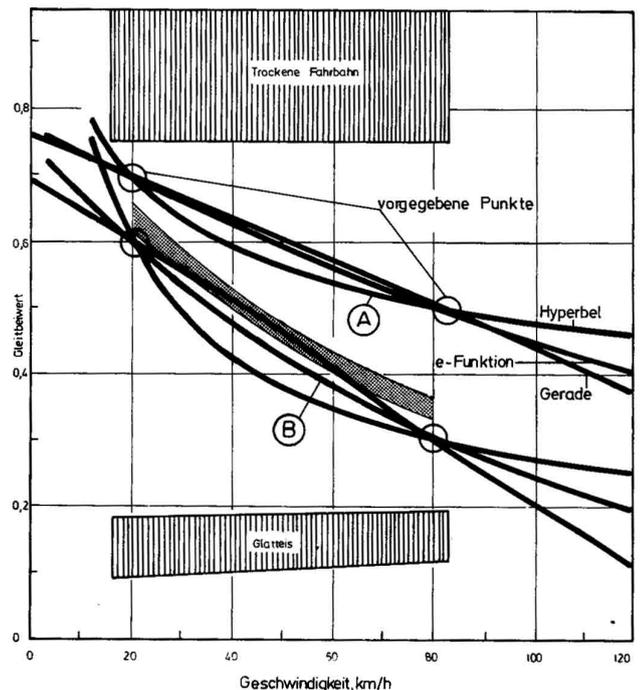


Bild 1 Gleitbeiwert in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit

reich, der sich auch einstellt, wenn aufgrund der Unsicherheit in den Ausgangsdaten die charakteristischen Größen in den verschiedenen Ansätzen geändert werden. Der Hyperbelansatz beschreibt somit in gleichwertiger Weise den Bremsvorgang auf nasser Straße wie die bisher vorgestellten Ansätze. Deutlich wird dies auch, wenn man die Unterschiede in den Bremszeiten bei gegebener Geschwindigkeit untersucht. Dieses ist in Bild 3 dargestellt. Es kann festgestellt werden, daß der Hyperbelansatz in gleicher Weise wie die Gerade und die e-Funktion die Kinematik des

Bremsvorgang beschreibt. Die Hyperbel weist den Vorteil auf, daß die daraus abgeleiteten Formeln von einfacher Struktur und leicht zu handhaben sind.

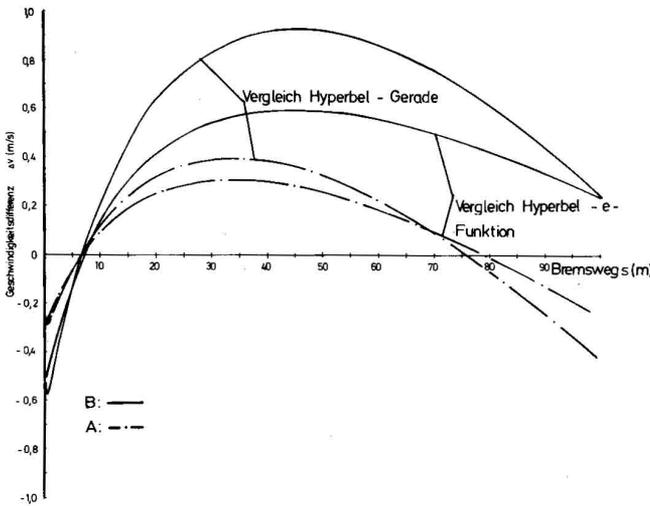


Bild 2 Vergleich der Ansätze bei der Geschwindigkeitsrückrechnung aus dem Bremsweg

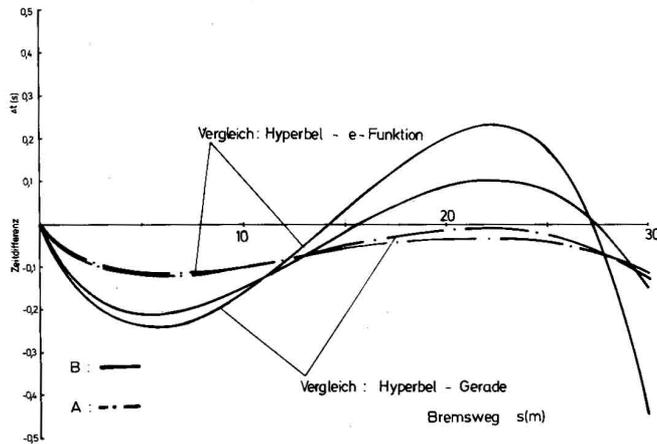


Bild 3 Vergleich der Ansätze bei der Bremsdauerbestimmung

4 Der Hyperbelansatz im Vergleich zur konstanten Verzögerung

In **Tabelle 3** sind zunächst noch einmal die Formeln für den Hyperbelansatz zusammengestellt, wobei berücksichtigt wurde, daß die Bremsung bei einer bestimmten Geschwindigkeit abgebrochen wird. Im allgemeinen folgt am Ende einer abgebrochenen Bremsung eine Kollision, so daß die Kollisionsgeschwindigkeit die Geschwindigkeit am Ende der Bremsung angibt.

Im folgenden soll untersucht werden, welche Unterschiede sich in der Bremsdauer ergeben, wenn einmal mit dem Hyperbelansatz gerechnet wird und zum anderen mit einer konstanten Verzögerung, die so gewählt wird, daß sich eine Übereinstimmung in der Ausgangsgeschwindigkeit ergibt. Die Vorgehensweise ist also die, daß bei gegebener Bremsweglänge zunächst die Ausgangsgeschwindigkeit berechnet wird unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Verzögerung von der Fahrgeschwindigkeit auf nasser Fahrbahn. Als nächstes wird dann eine mittlere konstante Verzögerung bestimmt. Mit dieser mittleren Verzögerung wird ein Zeitbedarf für die Bremsung berechnet. Die Zeitdauer wird verglichen mit der Zeit, die tatsächlich benötigt wurde, und mit dem Hyperbelansatz berechnet werden kann.

Die Differenz zwischen diesen beiden Zeiten kann die Größenordnung bis 1 s erreichen. Die Unterschiede werden um so größer, je länger der Bremsweg und je kleiner die Kollisionsgeschwindigkeit

$s = \frac{1}{2A} (v_0^n - v_k^n)$	$\frac{1}{2A} \left[\left(\frac{n-1}{n} 2At + v_k^{(n-1)/n} \right)^n - v_k^n \right]$
$v_0 = \sqrt[n]{v_k^n + 2As}$	$\sqrt[n]{\frac{n-1}{n} 2At + v_k^{(n-1)/n}}$
$t = \frac{1}{2A} \frac{n}{n-1} (v_0^{n-1} - v_k^{n-1})$	$\frac{n}{n-1} \frac{(2As + v_k^n)^{n-1} - v_k^{n-1}}{2A}$

v_k : Kollisionsgeschwindigkeit

Tabelle 3 Bewegungsgleichungen aus dem Hyperbelansatz

ist. Prinzipiell berechnet man mit einer mittleren Verzögerung stets einen höheren Zeitbedarf als unter Berücksichtigung einer sich verändernden Verzögerung. Dies kann im konkreten Fall dazu führen, daß eine rechtzeitige Reaktion unterstellt wird, obwohl diese tatsächlich nicht vorgelegen hat.

Bei nasser Fahrbahn ist daher stets sinnvoll, die Abhängigkeit der Verzögerung von der Fahrgeschwindigkeit explizit zu berücksichtigen. Es reicht nicht aus, eine mittlere Verzögerung zugrunde zu legen, die sowohl für die Geschwindigkeitsrückrechnung aus der Spurenlänge als auch für die Berechnung der Zeitdauer herangezogen wird. Hier muß es zwangsläufig zu Fehlern kommen. Mit den hier nun vorgestellten Formeln sollte es stets möglich sein, die Bremsung zeit-weg-mäßig zu erfassen.

5 Bestimmung der Parameter

Wie der Tabelle 1 zu entnehmen ist, können aus zwei Wertepaaren (Geschwindigkeit, Verzögerung) die Parameter bestimmt werden. Falls man nicht auf Literaturstellen zurückgreifen will, kann man auch an Ort und Stelle Messungen durchführen. Dazu ist es nicht unbedingt notwendig, das Fahrzeug aus hoher Geschwindigkeit bis zum Stillstand abzubremsen. Es reicht vielmehr einmal bei geringer und einmal bei hoher Ausgangsgeschwindigkeit das Fahrzeug kurzzeitig abzubremsen und die Verzögerung mit einem Verzögerungsschreiber festzuhalten.

Mit diesen beiden Wertepaaren können dann die charakteristischen Parameter bestimmt werden. Um den tatsächlichen Verlauf der Verzögerung über die Geschwindigkeit noch besser zu erfassen, können auch drei Messungen bei verschiedenen Geschwindigkeiten durchgeführt werden. Durch die Kombination jeweils zweier Wertepaare erhält man jeweils drei Werte für einen Parameter. Anschließend kann eine Mittelwertbildung durchgeführt werden.

6 Zusammenfassung

Seit langem ist bekannt, daß die erreichbare Vollbremsverzögerung auf nasser Fahrbahn von der Fahrgeschwindigkeit abhängig ist. Bisher fehlte ein praktikables Gleichungssystem, das es ermöglicht, Berechnungen zur Ausgangsgeschwindigkeit und zur Zeitdauer der Bremsung durchzuführen. Mit dem nun hier vorgestellten Ansatz – die Abhängigkeit zwischen Verzögerung und Fahrgeschwindigkeit wird durch eine Kurve hyperbolischen Typs beschrieben – lassen sich alle Gleichungen ermitteln, die der Unfallanalytiker benötigt.

Literatur

- [1] Rompe, K., Grunow, D.: Verhalten von Pkw und Pkw-Wohnanhängerzügen bei Notbremsungen. Der Verkehrsunfall, Heft 9/1979, Verlag Information, Kippenheim
- [2] Schimmelpfennig, K.-H.: Geschwindigkeitsrückrechnung auf nassen Fahrbahnen. Vortrag anlässlich des 16. AFO/GUVU-Seminars, März 1979 in Köln
- [3] Wehner, B.: Untersuchungen über die Verkehrssicherheit bei Nässe. Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 189/1975